

DOI: 10.22363/2224-7580-2023-1-62-71

## ЧЕТЫРЕХМЕРНАЯ СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА В РЕЛЯЦИОННОЙ ПАРАДИГМЕ\*

А.Л. Круглый\*\*

*Научно-исследовательский институт системных исследований РАН,  
Российская Федерация, 117218, Москва, Нахимовский пр-т, 36, к. 1*

**Аннотация.** Предлагается строить релятивистскую статистическую физику на основе статистики микросостояний в четырехмерных областях пространства-времени. Это статистика процессов. Рассматривается дискретная модель конечных множеств элементарных событий. Поскольку каждое элементарное событие имеет малую вероятность, то наиболее вероятны процессы, состоящие из минимума элементарных событий. Принцип наименьшего действия интерпретируется как выбор наиболее вероятного варианта процесса. Исходя из вида действия в ОТО, интеграл от скалярной кривизны интерпретируется как число элементарных событий, масса – как число элементарных событий в единицу времени, электромагнитное взаимодействие – как парные связи элементарных событий.

**Ключевые слова:** статистическая физика, теория относительности, принцип наименьшего действия

### Введение

После создания теории относительности возник вопрос о включении термодинамики в релятивистские модели. При этом термодинамика рассматривается как феноменологическая модель [1] и рассматриваются вопросы преобразования термодинамических величин при переходе между системами отсчета и их модификации в переменных гравитационных полях. Однако в нерелятивистском случае термодинамика является следствием статистической физики, а последовательной релятивистской статистической физики не построено.

Такое положение имеет глубокие корни. Исходными понятиями нерелятивистской статистической физики является микросостояние и его вероятность в момент времени. Наблюдаемое макроскопическое состояние является множеством микросостояний, и вероятность макроскопического состояния

---

\* Публикация выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН (Проведение фундаментальных научных исследований (47 ГП) по теме № 0580-2021-0007 «Развитие методов математического моделирования распределенных систем и соответствующих методов вычисления», Рег. № 121031300051-3).

\*\* E-mail: akrugly@mail.ru

равна сумме вероятностей соответствующих микросостояний. Микросостояние в момент времени не может быть определено в релятивистском случае в силу относительности одновременности. Состояния микроскопических объектов, одновременные в одной системе отсчета, не являются одновременными в другой. В общем случае в искривленном пространстве-времени нельзя задать одновременность в конечной области даже в фиксированной системе отсчета. По-видимому, с этим связано построение релятивистской термодинамики как феноменологической теории без связи со статистической физикой. Необходимо релятивистски-инвариантное определение микросостояния.

Основные положения настоящей статьи докладывались на конференциях [2–5] и частично опубликованы в статье [6].

## **1. Четырехмерные микросостояние и макросостояние**

Микросостояние задается релятивистски-инвариантным образом, если оно задано не в трехмерном пространстве, а в четырехмерной области пространства-времени. Будем называть его 4-микросостоянием по аналогии с 4-вектором. Тем самым мы переходим от рассмотрения объектов в момент времени к рассмотрению процессов на конечных интервалах времени. Конкретная реализация процесса играет роль 4-микросостояния.

Рассуждая аналогично нерелятивистскому случаю, можно построить четырехмерную статистическую физику. Подмножество 4-микросостояний, обладающих одинаковыми макроскопическими параметрами, образует 4-макросостояние. Каждое 4-микросостояние может реализоваться с некоторой вероятностью. Вероятность 4-макросостояния является суммой вероятностей образующих его 4-микросостояний. При достаточно остром максимуме вероятности, реализуемом некоторым 4-макросостоянием, что типично для термодинамики, выбор варианта макроскопической эволюции процесса практически детерминирован. Отметим, что в общем случае эволюция по наиболее вероятному варианту процесса не обязана совпадать с эволюцией от менее вероятных 3-состояний к более вероятным 3-состояниям в случае, когда 3-состояния и их вероятности могут быть корректно определены и можно ожидать существование процессов, нарушающих законы нерелятивистской термодинамики.

В настоящее время получила развитие теория информации, в рамках которой изучается статистика процессов специального вида – сообщений, их передачи, приема, хранения. Предлагаемая релятивистская статистика является статистикой процессов более общего вида. При этом можно воспользоваться результатами теории информации. Математическая сторона рассматриваемых вопросов выходит за рамки тематики настоящего журнала и рассмотрена в работе [6].

## **2. Дискретная реляционная модель микромира**

Наиболее естественно 4-микросостояние задается в дискретной модели микроструктуры пространства-времени, в которой предполагается, что любая

конечная область пространства-времени содержит только конечное число элементарных событий. Элементарные события могут быть истинно элементарными, как это предполагается в направлении квантовой гравитации, называемом гипотезой причинностных множеств (causal set) [7–9]. Также события могут рассматриваться как элементарные только в рамках рассматриваемой задачи аналогично молекулам в модели идеального газа.

Здесь рассматривается модель истинно элементарных событий. При этом предполагается, что существуют только элементарные события и их элементарные связи, все явления образованы из них. В том числе пространство-время, которое рассматривается как аппроксимация некоторых свойств больших множеств элементарных событий. Тем самым в модели принят реляционный подход к пространству-времени [10].

В гипотезе причинностных множеств рассматривается точное вложение дискретного множества элементарных событий в континуальное пространство-время. Вложение, то есть соответствие элементарных событий и точек континуального пространства-времени, называется точным, если, во-первых, каждому элементарному событию соответствует только одна точка пространства-времени и каждой точке пространства-времени соответствует не более одного элементарного события; во-вторых, точки пространства-времени, соответствующие элементарным событиям, причинно связаны тогда и только тогда, когда причинно связаны соответствующие им элементарные события; в-третьих, 4-объем макроскопической области пространства-времени пропорционален числу входящих в него точек, соответствующих элементарным событиям, с точностью до флуктуаций. В настоящее время не решена задача точного вложения. Нет даже критерия, позволяющего различить причинностные множества, которые могут быть точно вложены в некоторое континуальное пространство-время конечной размерности и которые не могут. Разработана только процедура построения по заданному континуальному пространству-времени причинностного множества, которое в него точно вложено.

По мнению автора, точное вложение является излишне строгим требованием. Континуальное пространство-время должно соответствовать множеству элементарных событий только в макроскопическом пределе. На микроуровне соответствие не требуется. Одно элементарное событие может соответствовать двум точкам континуального пространства-времени, между которыми тем самым существует сильная корреляция. Причинно-следственные связи некоторых пар элементарных событий могут быть направлены против макроскопической стрелы времени, буквально реализуя идею античастиц как частиц, движущихся обратно во времени. Тем самым континуальное пространство-время не адекватно описывает микромир.

Возможно, странные свойства квантового описания микрообъектов связаны с неправомерным использованием модели непрерывного пространства-времени для описания явлений за пределами применимости этой модели. Квантовое описание может оказаться Фурье-анализом дискретных квазиповторяющихся структур, образованных элементарными событиями (простой пример рассмотрен в работе [11]).

В последовательно дискретной модели микромира квантовые законы могут оказаться следствием классической статистики элементарных событий. При этом дискретная модель оказывается моделью скрытых переменных. Нарушение неравенств Белла исключает локальные теории со скрытыми переменными, если локальность предполагается одной и той же для классических и квантовых объектов. В дискретной модели это не так. Элементарные события и их элементарные связи образуют граф, вершинами которого являются элементарные события, а ребрами – элементарные связи. Локальность на графе – это соседство вершин. Но эта локальность может только в среднем соответствовать макроскопической локальности континуального пространства-времени. Двум макроскопически разнесенным точкам пространства-времени могут соответствовать соседние элементарные события или даже одно и то же элементарное событие. Более подробное рассмотрение этого вопроса выходит за рамки настоящей работы (см. например, [12]).

Однако даже если на микроуровне в дискретной модели должна использоваться квантовая статистика, для исследования макроскопических закономерностей может быть достаточно классической статистики. В нерелятивистской статистической физике основные термодинамические закономерности являются следствием наиболее общих свойств статистики микросостояний. Эти закономерности даже не зависят от выбора классической или квантовой статистики микросостояний [13]. От особенностей конкретной системы зависят такие детали, как, например, численное значение теплоемкости. Можно надеяться на аналогичную ситуацию и в четырехмерной статистической модели.

Далее будет рассматриваться только классическая статистика элементарных событий и ее макроскопические следствия. При этом будут рассматриваться только те вопросы, которые не требуют построения континуального пространства-времени, так как эта задача в рассматриваемых дискретных моделях пока не решена.

### **3. Простейшая модель несвязанных элементарных событий**

Простейшей моделью нерелятивистской статистической физики является идеальный газ. Условно его четырехмерным аналогом можно считать множество несвязанных элементарных событий. Несвязанные элементарные события образуют множество, на котором не задан какой-либо порядок. Тем самым такое множество нельзя описать в терминах пространства-времени.

Для построения статистики припишем каждому элементарному событию некоторую вероятность его реализации. Конкретное множество элементарных событий является 4-микросостоянием. Вероятность 4-микросостояния равна произведению вероятностей элементарных событий, составляющих это 4-микросостояние.

Вероятность каждого элементарного события не превышает единицу, и, как правило, много меньше единицы. В результате вероятность 4-микросостояния быстро уменьшается с увеличением числа элементарных событий, входящих в это 4-микросостояние.

4-макросостояние  $A$  характеризуется конкретными значениями набора макроскопических переменных и является множеством  $\{A\}$  4-микросостояний, каждое из которых обеспечивает соответствующие значения макроскопических переменных. Предполагаем, что множество  $\{A\}$  конечно. В этом случае 4-микросостояние принадлежит множеству  $\{A\}$ , если число  $N$  составляющих его элементарных событий принадлежит некоторому интервалу  $[N(\min), N(\max)]$ . При других значениях  $N$  не существует 4-микросостояний, принадлежащих  $\{A\}$ . При  $N$ , принадлежащем  $[N(\min), N(\max)]$ , может существовать несколько 4-микросостояний, принадлежащих  $\{A\}$ , а может и не существовать таких 4-микросостояний.

Вероятность 4-макросостояния  $A$  равна сумме вероятностей всех 4-микросостояний, составляющих  $\{A\}$ . С ростом  $N$  для каждого  $N$  число 4-микросостояний, принадлежащих  $\{A\}$ , может расти. Однако предполагается, что этот рост происходит медленнее, чем с ростом  $N$  уменьшается вероятность каждого 4-микросостояния. Таким образом, наибольший вклад в вероятность 4-макросостояния вносят 4-микросостояния с минимальным числом элементарных событий.

4-макросостояние реализуется 4-микросостояниями с числом элементарных событий, минимально возможным с точностью до микроскопических флуктуаций. Указанное утверждение предлагается в качестве основной гипотезы четырехмерной статистики, справедливой не только для простейшей модели несвязанных элементарных событий, но и для широкого класса процессов, модели которых включают связь элементарных событий.

#### 4. Макроскопические величины

Рассмотрим макроскопические величины, которые являются следствиями рассматриваемой статистики. Это не могут быть стандартные термодинамические величины, так как они должны характеризовать не трехмерные, а четырехмерные области пространства-времени.

Основной такой величиной в физике является действие  $S$ . В предлагаемой статистической интерпретации принцип наименьшего действия означает, что реализуется макроскопическое состояние, имеющее максимальную вероятность. Оно является четырехмерным аналогом трехмерного состояния термодинамического равновесия. Поскольку действие является аддитивной величиной, а вероятности элементарных событий перемножаются, то действие должно быть логарифмом вероятности макроскопического состояния, взятым с обратным знаком. Поскольку мы можем произвольно выбирать единицы измерения, то действие можно положить равным числу элементарных событий.

Рассмотрим релятивистское действие для простейшей системы, состоящей из одной нейтральной частицы. Оно имеет вид

$$S = \int_{\Omega} R d\Omega - m_a \int_{L_a} d\tau_a. \quad (1)$$

Для простоты записи мы используем систему единиц, в которой все числовые множители и константы включены в определение соответствующих

физических величин. Первое слагаемое представляет собой вклад гравитации и представляет собой интеграл по четырехмерной области пространства-времени  $\Omega$  от скалярной кривизны  $R$ . Скалярная кривизна определена так, что это слагаемое неотрицательное. Второе слагаемое представляет собой вклад нейтральной материи, в рассматриваемом случае для точечной частицы  $a$  массы  $m_a$ , где интегрирование по мировой линии  $L_a$  частицы  $a$  ведется по ее собственному времени  $\tau_a$ .

Задача минимума функционала (1) может рассматриваться как задача на условный экстремум [6]. Мы ищем минимум первого слагаемого, рассматривая второе слагаемое как условие и массу частицы как неопределенный множитель Лагранжа. Физически это означает, что мы задаем длину отрезка мировой линии рассматриваемой частицы и ищем геометрию, минимизирующую действие для этого заданного условия. Для простейшего случая частицы без вращения это метрика Шварцшильда, которая имеет стандартный вид в системе отсчета частицы.

В рассматриваемой статистической модели метрику Шварцшильда пока получить нельзя, так как не построено пространство-время. Однако мы можем получить алгебраические отношения между интегральными величинами.

Первое слагаемое, минимум которого ищется, идентифицируется с числом элементарных событий  $N$ . Таким образом, интеграл от скалярной кривизны по четырехмерной области равен числу элементарных событий в этой области. Взяв интеграл по мировой линии во втором слагаемом, получаем  $m_a T$ , где  $T$  – интервал собственного времени вдоль рассматриваемого отрезка мировой линии.

Поскольку минимальное действие определяется с точностью до прибавления произвольной константы, мы можем положить минимальное значение действия равным нулю. Тогда для минимума действия имеем

$$N = m_a T. \quad (2)$$

Равенство (2) означает, что наиболее вероятно, что рассматриваемая система не включает никаких элементарных событий, кроме тех, что составляют рассматриваемый отрезок мировой линии частицы. При этом число элементарных событий равно  $m_a T$ .

Рассмотрим более подробно модель частицы. Поскольку в предлагаемом подходе все явления предполагаются состоящими из элементарных событий, то и частица состоит из элементарных событий. Тем самым она является не объектом в момент времени, а процессом, который на макроскопическом уровне описывается мировой линией.

Отметим, что в модели дискретных элементарных событий не могут возникать бесконечные величины. Мировую линию частицы следует рассматривать как трубку конечного трехмерного сечения, а второе слагаемое в (1) – как интеграл по этой трубке, в котором интегрирование по поперечному сечению трубки уже выполнено. По-видимому, это поперечное сечение должно превышать радиус Шварцшильда.

Модель частицы учитывает связь элементарных событий. Мы пока не учитываем связь в статистике, но косвенно учитываем через определение

близости событий. Идентифицируя мировую трубку с множеством элементарных событий, мы ставим в соответствие каждой малой, но макроскопической области трубки некоторое подмножество элементарных событий. При этом равенство (2) показывает, что собственная масса частицы является числом элементарных событий в единицу собственного времени.

Время в модели традиционно определяется как показания эталонных часов. Мы выбираем в качестве эталонных часов некоторый повторяющийся процесс и идентифицируем один повтор с единицей времени. Построение таких процессов возможно только после задания динамики модели. Пока существование такого процесса постулируется.

Таким образом, предлагаемая модель дает интерпретацию в терминах элементарных событий интеграла от скалярной кривизны и собственной массы частиц. В дискретной модели пространства-времени именно соотношения между дискретными величинами являются исходными. Соотношения между величинами в континуальной модели являются только аппроксимациями исходных соотношений между их дискретными прообразами.

## 5. Учет связи между элементарными событиями

Для дальнейшего продвижения необходимо усложнение модели, то есть учет в статистике связи элементарных событий. На макроскопическом уровне в действие добавляются только слагаемые, описывающие электромагнитное взаимодействие. Тем самым в статистической модели электромагнитное взаимодействие описывает макроскопические статистические эффекты связи элементарных событий.

Рассмотрим электромагнитное слагаемое в форме прямого межчастичного взаимодействия (см., например, [14]). Запишем действие для электромагнитного взаимодействия двух точечных зарядов  $a$  и  $b$  в форме прямого межчастичного взаимодействия в пространстве Минковского

$$S_e(a, b) = -e_a e_b \int \delta(s^2(x_a, x_b)) \eta_{\mu\nu} dx_a^\mu dx_b^\nu, \quad (3)$$

где  $e_a$  и  $e_b$  – электрические заряды частиц,  $\eta_{\mu\nu}$  – метрический тензор пространства Минковского. Интегрирование ведется по координатам  $x_a^\mu$  и  $x_b^\nu$  обеих частиц. Под знаком интеграла стоит  $\delta$ -функция квадрата интервала  $s$  между точкой  $x_a$  на мировой линии частицы  $a$  и точкой  $x_b$  на мировой линии частицы  $b$ , так как электромагнитное взаимодействие осуществляется только между точками, находящимися на световых конусах друг друга. Пространство Минковского выбрано в качестве примера, так как в этом случае действие (3) имеет наиболее простой вид. Итоговое действие получается суммированием вкладов вида (3) по всем частицам. Если заряды  $e_a$  и  $e_b$  являются элементарными, то в используемой естественной системе единиц их произведение есть постоянная тонкой структуры  $\alpha$ .

Интеграл (3) можно интерпретировать как континуальную аппроксимацию подсчета числа фотонов, которыми обмениваются частицы. В модели

элементарных событий естественно предположить, что это число парных связей элементарных событий, соответствующих светоподобным интервалам.

Поскольку имеются заряды двух знаков, то часть слагаемых вида (3) положительна, а часть отрицательна. Такой вклад может быть связан с тем, что при подсчете числа элементарных событий, составляющих мировые трубки заряженных частиц, часть элементарных событий не учитывается, а часть учитывается дважды. При этом отношение числа учитываемых в статистике связей элементарных событий к общему числу элементарных событий равно постоянной тонкой структуры. Тем самым мы получаем статистическую интерпретацию этой постоянной. Эти утверждения могут рассматриваться как возможные гипотезы. Для их подтверждения необходимо построение динамики элементарных событий, следствием которой они могут являться.

### Заключение

Для дальнейшего развития модели необходимо сформулировать динамику. Задание динамики – это задание алгоритма, по которому заданное множество элементарных событий порождает новые элементарные события. Эта динамика должна порождать повторяющиеся процессы за счет самоорганизации. Простейшие повторяющиеся процессы должны идентифицироваться с времени-подобными мировыми линиями (точнее трубками) массивных частиц. При этом в терминах элементарных событий должны быть интерпретированы все квантовые числа, в том числе и электрический заряд, который порождает специальные связи элементарных событий, интерпретируемые как фотоны.

Только после построения частиц возможно построение континуального пространства-времени. Вложим множество элементарных событий в гладкое многообразие. Построение массивных частиц, как мировых линий повторяющихся процессов, и светоподобных связей элементарных событий задает систему локальных световых конусов на этом многообразии. Этого достаточно для построения континуального пространства-времени [15; 16]. Система световых конусов задает топологию. Светоподобные интервалы определяют метрику с точностью до локальных конформных преобразований, тем самым определяя причинность в пространстве-времени. Выбор некоторого повторяющегося процесса в качестве эталонных часов локально задает масштаб, однозначно фиксируя метрику. Отметим, что в рассматриваемой модели области пустого пространства-времени с нулевой скалярной кривизной вообще не содержат элементарных событий, то есть являются математической фикцией, порожденной континуальной аппроксимацией.

Сложным является вопрос о размерности пространства-времени. Одномерность времени задается причинностью. При наличии нескольких времениподобных измерений времениподобная мировая линия частицы может



гладко изменить направление во времени, что нарушает причинность. О причинах наличия трех пространственных измерений имеются различные гипотезы, обзор которых выходит за рамки настоящей работы.

Предлагаемая четырехмерная статистическая физика выглядит естественным развитием идей релятивистской физики. Можно только удивляться, что она не была сформулирована вскоре после создания общей теории относительности.

### Литература

1. Толмен Р. Относительность, термодинамика и космология. Изд. 2-е. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. 520 с.
2. Круглый А. Л. К вопросу о релятивистских термодинамике и статистической физике // Высшая школа. Новые технологии науки, техники, педагогики: материалы Всероссийской научно-практической конференции «Наука – Общество – Технологии – 2018». Россия, Москва, 19–20 февраля 2018 г. М.: Московский Политех, 2018. С. 86–89.
3. Круглый А. Л. Статистика процессов и принцип наименьшего действия // XIV Международная конференция «Финслеровы обобщения теории относительности». FERT-2018: материалы конференции. Москва, РУДН, 25–28 октября 2018 г. М.: РУДН, 2018. С. 67–70.
4. Круглый А. Л. Действие в дискретной модели пространства-времени // Основания фундаментальной физики и математики: материалы V Российской конференции (ОФФМ-2021). М.: РУДН, 2021. С. 195–200.
5. Круглый А. Л. Четырехмерная статистическая физика в реляционном подходе // Основания фундаментальной физики и математики: материалы VI Российской конференции (ОФФМ-2022). М.: РУДН, 2022. С. 110–114.
6. Krugly A. L. Statistical Physics and Thermodynamics of Processes in General Relativity // Gravitation and Cosmology. 2020. Vol. 26, no. 2. P. 162–167.
7. 't Hooft G. Quantum gravity: a fundamental problem and some radical ideas // Recent Development in Gravitation: Proceedings of the 1978 Cargese Summer Institute. Plenum, New York/London, 1979. P. 323–345.
8. Myrheim J. Statistical Geometry. CERN preprint TH-2538. 1978.
9. Bombelli L., Lee J., Meyer D., Sorkin R. D. Space-time as a causal set // Physical Review Letters. 1987. 59. P. 521–524.
10. Владимиров Ю. С. Реляционная концепция Лейбница – Маха. М.: ЛЕНАНД, 2017. 232 с.
11. Круглый А. Л. Дискретная модель пространства-времени и бинарная предгеометрия Владимирова // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2019. № 2. С. 15–27.
12. Панов А. Д. Теорема Белла, вычислимость квантовой теории и относительность локального реализма // Метафизика. 2015. № 1 (15). С. 114–128.
13. Ландау Л. Д., Ливиниц Е. М. Статистическая физика. Ч. 1. Серия: Теоретическая физика. Т. V. Изд. 3-е. М.: Наука, 1976. 584 с.
14. Владимиров Ю. С., Турыгин А. Ю. Теория прямого межчастичного взаимодействия. М.: Энергоатомиздат, 1986. 136 с.
15. Hawkin S. W., King A. R., McCarthy P. J. A new topology for curved space-time which incorporates the causal, differential and conformal structures // Journal of mathematical physics. 1976. Vol. 17. P. 174–181.
16. Malament D. B. The class of continuous timelike curves determines the topology of space-time // Journal of mathematical physics. 1977. Vol. 18. P. 1399–1404.

## THE 4-DIMENSIONAL STATISTICAL PHYSICS IN A RELATIONAL PARADIGM\*

A.L. Krugly\*\*

*Scientific Research Institute for System Analyses of the RAS  
36, build. 1, Nahimovskiy Pr., Moscow, 117218, Russian Federation*

**Abstract.** The main model of the nonrelativistic statistical physics is the microstate at the moment of time. But in the relativistic case we cannot correctly define such microstate. We must consider a statistical physics of microstates in 4-dimensional volumes. The simple model of a finite set of point like elementary events is considered. The principle of least action means that the macroscopic process chooses the variant with maximum probability. Each elementary event has a low probability. Then the variant of process is most probable if it consists of the minimum of elementary events. An integral of a scalar curvature over a 4-dimensional volume is the number of elementary events. A mass of a particle is the number of elementary events in the unit of time. The electromagnetic terms in the action are the number of connections of elementary events.

**Keywords:** statistical physics, theory of relativity, principle of least action

---

\* The publication was carried out within the framework of the state task of the FSI SRISA RAS (Conducting basic scientific research (47 GP) on topic No. 0580-2021-0007 “Development of methods of mathematical modeling of distributed systems and correspondence of calculation methods,” Reg. № 121031300051-3).

\*\* E-mail: akrugly@mail.ru