

DOI: 10.22363/2224-7580-2023-2-81-85

EDN: INTEEQ

О ПРОБЛЕМЕ ВРЕМЕНИ В КВАНТОВОЙ КОСМОЛОГИИ

М.Л. Фильченков, Ю.П. Лаптев

*Институт гравитации и космологии
Российского университета дружбы народов
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6*

Аннотация. Рассмотрена проблема времени в квантовой космологии в рамках квантовой геометродинамики. Рождение Вселенной интерпретируется как туннелирование планковона через потенциальный барьер. Под барьером время мнимо. В классической области возникает действительное время, определяемое фазой квазиклассической волновой функции, зависимость которого от масштабного фактора описывает эволюцию Вселенной.

Ключевые слова: квантовая космология, волновая функция Вселенной и её эволюция, проблема времени

Введение

Четырёхмерное пространство-время расщепляется на время и трёхмерное пространство мгновенных конфигураций, которые образуют пространство 3-геометрий, рассматриваемое в квантовой космологии. Вместе с тем её классический предел описывает эволюцию Вселенной во времени. В этом и состоит проблема времени в квантовой космологии. Эта проблема рассматривалась философами [1; 2] в основном на уровне интерпретаций. В частности, в работе [1] указывается на возможность введения времени в квазиклассическом приближении квантовой геометродинамики, а в работе [2] процитирован отрывок из программы Гордона, посвящённой квантовой космологии, в котором утверждается, что из фазы волновой функции Вселенной можно найти зависимость масштабного фактора от времени. Ниже проанализируем проблему времени более конкретно, в рамках квантовой геометродинамики.

Уравнение Уилера – ДеВитта в минисуперпространстве

В квантовой космологии волновая функция Вселенной записывается в пространстве 3-геометрий, то есть в уравнении Шрёдингера полагают $\frac{\partial \psi({}^3G)}{\partial t} = 0$. Отсюда получаем уравнение Уилера – ДеВитта $\hat{H}\psi = 0$. Поскольку каждая 3-геометрия описывает пространственную конфигурацию в определённый момент времени, в суперпространстве 3-геометрий время присутствует, хотя и неявно. Суперпространство 3-геометрий можно себе

представить в виде набора фотографий, сделанных в различные моменты времени, комбинация которых описывает его неявную зависимость от времени, так же как это происходит при демонстрации фильма. 3-геометрии являются пространственно-подобными сечениями 4-мерного пространства-времени, вероятность реализации которых определяется квадратом модуля волновой функции $|\psi({}^3G)|^2$.

Для однородной изотропной Вселенной I уравнение Фридмана

$$\frac{1}{2} \left(\frac{da}{d\eta} \right)^2 - \frac{4\pi G \varepsilon a^2}{3c^2} = -\frac{kc^2}{2},$$

может быть записано в виде гамильтоновой связи

$$H = \frac{p_a^2}{2} + \frac{ka^2}{2} - \frac{4\pi G \varepsilon a^4}{3c^4} = 0,$$

где ε – плотность энергии, a – масштабный фактор, $k = 0, \pm 1$ – параметр модели, путём замены обобщённого импульса $p_a = \frac{da}{d\eta}$, η – конформное время, определяемое соотношением $cdt = ad\eta$.

Отсюда следует, что лагранжиан

$$L = \frac{p_a^2}{2} - \frac{ka^2}{2} + \frac{4\pi G \varepsilon a^4}{3c^4},$$

а обобщённый импульс

$$p_a = \sqrt{\frac{8\pi G \varepsilon a^4}{3c^4} - ka^2}.$$

Заменяя в гамильтоновой связи p_a на оператор $\hat{p}_a = \frac{l_{pl}^2}{i} \frac{d}{da}$, получаем уравнение Уилера – ДеВитта в минисуперпространстве масштабных факторов [3]

$$\frac{d^2\psi}{da^2} - V(a)\psi = 0,$$

где

$$V(a) = \frac{1}{l_{pl}^4} \left(ka^2 - \frac{8\pi G \varepsilon a^4}{3c^4} \right).$$

Из соотношения $Ld\eta = p_a da$ находим зависимость синхронного времени от масштабного фактора

$$t = \frac{1}{cl_{pl}^2} \int \frac{ada}{\sqrt{-V}}.$$

Квазиклассическое приближение квантовой геометродинамики

Рассмотрим квазиклассическое приближение квантовой геометродинамики. Квазиклассическая волновая функция имеет вид $\psi \sim e^{\frac{iS}{\hbar}}$, где действие запишется в виде

$$S = \hbar \int \sqrt{-V} da.$$

Находим связь между $t(a)$ и $S(a)$ в виде

$$t = \frac{\hbar}{cl_{pl}^2} \int \frac{ada}{\frac{dS}{da}}.$$

Поскольку время определяется фазой квазиклассической волновой функции, классический мир оказывается запрограммированным на квантовом уровне [3].

Для многокомпонентной среды с

$$\varepsilon(a) = \varepsilon_0 \sum_n B_n \left(\frac{r_0}{a}\right)^n,$$

где $n = 3(1 + w)$, $\sum_n B_n = 1$, $\frac{1}{r_0^2} = \frac{8\pi G \varepsilon_0}{3c^4}$, r_0 – горизонт де Ситтера. В случае баротропного уравнения состояния $p = w\varepsilon$. Рассмотрим зависимости масштабного фактора от времени и фазы квазиклассической волновой функции от масштабного фактора для однокомпонентных сред при $k = 0$.

Масштабный фактор

$$a(t) = r_0 \left(\frac{nct}{2r_0}\right)^{\frac{2}{n}} \text{ при } n \neq 0,$$

$$a(t) = r_0 e^{\frac{ct}{r_0}} \text{ при } n = 0.$$

Фаза волновой функции

$$\frac{S}{\hbar} = \frac{r_0^{\frac{n}{2}-1} a^{3-\frac{n}{2}}}{\left(3-\frac{n}{2}\right) l_{pl}^2} \text{ при } n \neq 6,$$

$$\frac{S}{\hbar} = \left(\frac{r_0}{l_{pl}}\right)^2 \ln \frac{a}{r_0} \text{ при } n = 6.$$

Рассмотрим указанные зависимости для деситтеровского вакуума, то есть при $w = -1, n = 0$:

$$a(t) = r_0 \left(\frac{nct}{2r_0}\right)^{\frac{2}{n}}, \frac{S}{\hbar} = \frac{a^3}{3r_0 l_{pl}^2}.$$

Деситтеровский вакуум, отвечающий первой инфляции, неустойчив, так как скорость звука $v_s = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s}$ в этом случае мнима.

На временах $t \sim 10^{-33} c$ от сингулярности происходит Большой взрыв, сопровождающийся рождением ультрарелятивистских частиц и излучения с уравнением состояния $w = \frac{1}{3}, n = 1$. В этом случае получаем

$$a(t) = r_0 \sqrt{\frac{2ct}{r_0}}, \frac{S}{\hbar} = \frac{r_0 a}{l_{pl}^2}.$$

Возникновение времени в квантовой космологии

Сведём уравнение Уилера – ДеВитта в минисуперпространстве 3-геометрий с учётом соотношения

$$V(a) = \frac{2m_{pl}}{\hbar^2} [U(a) - E]$$

к уравнению типа стационарного уравнения Шрёдингера

$$\frac{d^2\psi}{da^2} - \frac{2m_{pl}}{\hbar^2} [U(a) - E]\psi = 0,$$

где

$$E = \frac{m_{pl}c^2}{2} \left(\frac{r_0}{l_{pl}} \right)^2 B_4.$$

Это уравнение описывает Вселенную, которая ведёт себя как планкеон с энергией излучения в поле остальных видов материи с $w \neq \frac{1}{3}$, которым отвечает потенциальная энергия $U(a)$. Рождение Вселенной из деситтеровского вакуума в результате квантовой флуктуации интерпретируется как туннелирование планкеона из додеситтеровской стадии через потенциальный барьер [4; 5].

Вероятность туннелирования даётся формулой Гамова

$$D = \exp\left(-\left|\frac{2}{\hbar} \int_{a_1}^{a_2} \sqrt{E - U} da\right|\right),$$

где $U(a_1) = U(a_2) = E$.

Под барьером, то есть при $E < U$, время мнимо, в силу мнимости квазиклассического действия, от которого оно зависит. После прохождения через барьер, то есть в классической области, возникает действительное время, зависимость от которого масштабного фактора описывает эволюцию фридмановской Вселенной. Таким образом, хотя время не присутствует явно в квантовой космологии, оно появляется в классической космологии.

Заключение

В квантовой геометродинамике волновая функция Вселенной записывается в минисуперпространстве масштабных факторов, неявно зависящем от времени, а фаза квазиклассической волновой функции зависит от масштабного фактора, описывающего эволюцию Вселенной. Найдена связь между зависимостями масштабного фактора от времени и фазы волновой функции от масштабного фактора для однокомпонентных сред, которая предопределяет классический мир на квантовом уровне. Это оказывается возможным, поскольку каждая 3-геометрия суперпространства, в котором определена волновая функция, описывает пространственную конфигурацию в определённый момент времени. Это означает, что суперпространство масштабных факторов содержит время неявно. Рождение Вселенной делает зависимость масштабного фактора от времени явной.

Литература

1. Эрекаев В. Д. Проблема времени в квантовой гравитации и космологии // *Метавселенная, пространство, время*: сб. М.: ИФРАН, 2013. С. 122–140.
2. Севальников А. Ю. Время в современной квантовой космологии // *Метафизика*. 2013. № 1 (7). С. 136–149.
3. Фильченков М. Л., Лаптев Ю. П. *Квантовая гравитация: От микромира к мегамиру*. М.: Ленанд, 2016. 304 с.
4. Фомин П. И. Гравитационная неустойчивость вакуума и космологическая проблема // *ДАН УССР*, сер. А. 1975. Т. 9. С. 831.
5. Tryon E. P. Is the Universe a Quantum Fluctuation? // *Nature*. 1973. Vol. 246. P. 396–397.

ON THE TIME PROBLEM IN QUANTUM COSMOLOGY

M.L. Fil'chenkov, Yu.P. Laptev

*Institute of Gravity and Cosmology RUDN University
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation*

Abstract. The problem of time in quantum cosmology in the framework of quantum geometrodynamics is considered. The birth of the Universe is interpreted as the tunneling of a planchet through a potential barrier. Under the barrier, time is imaginary. In the classical region there is a real time determined by the phase of the quasiclassical wave function, the dependence of which on the scale factor describes the evolution of the Universe.

Keywords: quantum cosmology, wave function of the Universe and its evolution, time problem